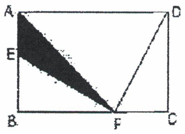
Junior Mathematical Olympiad – 2025

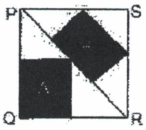
Answer all questions. Give Justification to your answer.
Use of calculator (in any form) is not allowed.
(All questions carry equal marks)

Time: 3 hours   Full Mark: 100

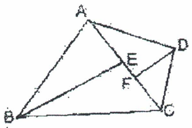
1. Evaluate: $\frac{1}{28}+\frac{1}{36}+\frac{1}{45}+\cdots+\frac{1}{4950}$
2. $a + 13b$ is divisible by 11 and $a + 11b$ is divisible by 13. Then find the minimum value of $(a + b)$.
3. How many positive integral multiples of three less than 1000 are there the sum of whose digits is divisible by 7 ?
4. ABCD is a rectangle. In which AD = 21 cm, BF = CD, EF = DF = 15 cm and $m\angle EFD = 90°$, Find the area of the shaded region.



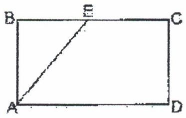
5. Find the sum of $11 + 192 + 1993 + 19994 + \cdots + 1999999999$ without direct addition.
6. Two squares A and B are embedded in a square PQRS. If the side of square PQRS is 12 cm. Find the area of the shaded portion.



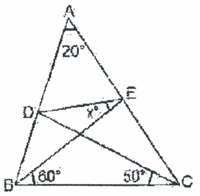
7. If $x + y + z = 1$, where x, y and z are any distinct positive numbers, then prove that $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>3$.
8. Find the smallest number which when divided by 71 remainder is 52 and when the said number is divided by 73 the remainder is 24 .
9. Solve for x and y : $3x^2 - 8xy + 9y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$.
10. If $(a^2 + b^2)^3 = (a^3 + b^3)^2$ then find the value of $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)$.
11. If a, b, c and d are natural numbers and $a + b + c + d = 27$, then find the maximum value of $ab + bc + cd$.
12. In the adjoining figure ABCD is a quadrilateral. Diagonal AC = 77 cm, AF = CE = 45 cm, $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ and $\overline{DF} \perp \overline{AC}$. If BE = 60 cm and DF = 24 cm. Find the Length of diagonal $\overline{BD}$.



13. What is the 2025th term of the sequence of numbers with terms greater than 1 and divisible by 3 or 7 ?
14. ABCD is a rectangle in which AB + BC + CD = 20 cm. And AE = 9 cm. Where 'E' is the midpoint of the side $\overline{BC}$. Find the area of the rectangle.



15. A bag contains 11 red, 7 blue, 9 green and 3 black marbles. How many marbles must be taken out from the bag at a time so as to get at least 5 marbles of same colour in the collected sample ?
16. At what time between 7 am and 8 am the minute hand is 9 minutes ahead of the hour hand ?
17. In ΔABC ; AB=AC. $\angle A = 20°$, D and E are respectively two such points on AB and AC that $\angle EBC = 60°$ and $\angle DEB = 50°$. Then find $\angle DCB$.



18. The grandson asked his grandfather how old he is ? The grandfather replied, "I am 72 years old. But I do not compute all the Sundays passed during my life time". Find the actual age of his grandfather.
19. If p, q, r and s are real numbers; then find the least value of $(p^2 + q^2 + r^2 + s^2) - (p + q + r + s)$.
20. A car travels from A to B with its initial speed within a stipulated time. If the speed of the car is 6 km/h more, then it can reach 'B' 4 hours before the stipulated time. If the speed is 6 km/h less than the initial speed, then it will take 6 hours more to reach the destination. Find the distance from A to B .

***

ଜୁନିୟର ମ୍ୟାଥମାଟିକାଲ ଅଲିମ୍ପିଆଡ୍ – ୨୦୨୫

ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ । ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ଦିଅ ।

କାଲ୍‌କ୍ୟୁଲେଟର (ଯେ କୌଣସି ପ୍ରକାରର) ବ୍ୟବହାର ମନା ।

(ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କ ସମାନ)

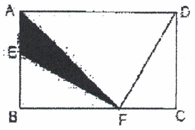
ସମୟ: ୩ ଘଣ୍ଟା | ପୂର୍ଣ୍ଣ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କ: ୧୦୦

୧) ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର : $\frac{1}{28}+\frac{1}{36}+\frac{1}{45}+\cdots+\frac{1}{4950}$ ।

୨) ଯଦି a + 13b, 11 ଦ୍ୱାରା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଭାଜ୍ୟ ଓ a + 11b, 13 ଦ୍ୱାରା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଭାଜ୍ୟ. ତେବେ (a + b) ର ନ୍ୟୁନତମ ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

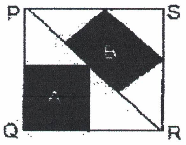
୩) 1000 ଠାରୁ କମ୍ କେତୋଟି ତିନିର ଗୁଣିତକ ଯୁଗ୍ମାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଙ୍ଖ୍ୟା ଅଛି ଯାହାର ଅଙ୍କ ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ?

୪) ABCD ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ର, ଯହିଁରେ AD = 21 ସେ.ମି, BF = CD, EF = DF = 15 ସେ.ମି and $m\angle EFD = 90°$ ହେଲେ ଛାୟାଙ୍କିତ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?



୫) ସିଧା ଯୋଗ ପଦ୍ଧତି ପ୍ରୟୋଗ ନ କରି ଯୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର: $11+192+1993+19994+\cdots+1999999999$ ।

୬) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ PQRS ବର୍ଗଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରେ A ଓ B ନାମକ ଦୁଇଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର (ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇଲା ଭଳି) ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି, ଯଦି PQRS ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି ହୁଏ, ତେବେ ଛାୟାଙ୍କିତ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



୭) ଯଦି x, y ଓ z ଯେକୌଣସି ପୃଥକ ଯୁଗ୍ମାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଙ୍ଖ୍ୟା ପାଇଁ x + y +z = 1 ହୁଏ ତେବେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>3$ ।

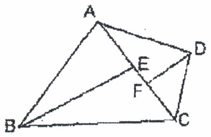
୮) ଯେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଙ୍ଖ୍ୟାକୁ 71 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ 52 ରହେ ସେହି ସଙ୍ଖ୍ୟାକୁ 73 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ 24 ରହିବ । ତେବେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଙ୍ଖ୍ୟାଟି ସ୍ଥିର କର ।

୯) ଯଦି $3x^2 - 8xy + 9y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$ ହୁଏ ତେବେ x ଓ y ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

୧୦) ଯଦି $(a^2+b^2)^3=(a^3+b^3)^2$ ହୁଏ ତେବେ $(\frac{a}{b}+\frac{b}{a})$ କେତେ ?

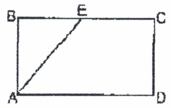
୧୧) ଯଦି a, b, c ଓ d ଚାରୋଟି ଗଣନ ସଙ୍ଖ୍ୟା ଏବଂ a + b + c + d = 27; ତେବେ ab + bc + cd ର ସର୍ବାଧିକ ମାନ ନିରୂପଣ କର ।

୧୨) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ । ଏହାର କର୍ଣ୍ଣ AC = 77 ସେ.ମି, AF = CE = 45 ସେ.ମି ଏବଂ $\overline{BE}$ ଓ $\overline{DF}$, $\overline{AC}$ ଉପରେ ଲମ୍ବ । ଯଦି BE = 60 ସେ.ମି ଓ DF = 24 ସେ.ମି ହୁଏ ତେବେ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



୧୩) 1 ଠାରୁ ବଡ଼ ଓ 3 କିମ୍ବା 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ପଦ ମାନଙ୍କର ସଙ୍ଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମରେ 2025 ତମ ପଦଟି କେତେ ?

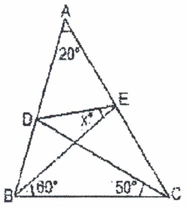
୧୪) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ଯହିଁରେ AB + BC + CD = 20 ସେ.ମି ଏବଂ AE = 9 ସେ.ମି ଓ 'E' $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ । ତେବେ ABCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



୧୫) ଗୋଟିଏ ମୁଣିରେ ଏଗାରଟି ଲାଲ୍, ସାତଟି ନୀଳ, ନଅଟି ସବୁଜ ଓ ତିନୋଟି କଳା ରଙ୍ଗର କାଚ ଗୋଲି ଅଛି । ସେହି ମୁଣିରୁ ଏକା ସାଙ୍ଗରେ କେତୋଟି କାଢି ନେଲେ, ସଂଗ୍ରହ କରିଥିବା ଗୋଲି ମଧ୍ୟରେ ଅତିକମ୍ ରେ 5 ଟି ଗୋଲି ଏକା ରଙ୍ଗର ଥିବ ।

୧୬) 7 am ଓ 8 am ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ସମୟରେ ମିନିଟ୍ କଣ୍ଟାଟି ଘଣ୍ଟା କଣ୍ଟା ର 9 ମିନିଟ୍ ଅଗରେ ରହିବ ?

୧୭) ΔABC ରେ AB = AC. $\angle A = 20°$, D ଓ E ଯଥାକ୍ରମେ AB ଓ AC ଉପରିସ୍ଥ ଏପରି ଦୁଇଟି ଯେପରିକି $\angle EBC = 60°$ ଓ $\angle DEB = 50°$. ତେବେ $\angle DCB$ ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



୧୮) ନାତି ଅଜାଙ୍କୁ ତାଙ୍କର ବୟସ କେତେ ପଚାରିବାରୁ ଅଜା ଉତ୍ତର ଦେଲେ " ମୋର ବୟସ 72 ବର୍ଷ, କିନ୍ତୁ ମୋର ଜିବନ କାଳରେ ବିତି ଯାଇଥିବା ରବିବାର ଗୁଡ଼ିକୁ ମୁଁ ହିସାବକୁ ନେଇ ନାହିଁ " । ତେବେ ଅଜାଙ୍କର ପ୍ରକୃତ ବୟସ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୧୯) ଯଦି p, q, r ଓ s ବାସ୍ତବ ସଙ୍ଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି, ତେବେ $(p^2+q^2+r^2+s^2)-(p+q+r+s)$ ର ସର୍ବନିମ୍ନ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୨୦) ଗୋଟିଏ କାର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ବେଗରେ A ଠାରୁ B କୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ଯାତ୍ରା କରେ । ଯଦି କାରଟିର ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି ବେଗ 6 କି.ମି. ଅଧିକ ହୁଏ ତେବେ କାରଟି 'B' ଠାରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ସମୟର 4 ଘଣ୍ଟା ପୂର୍ବରୁ ପହଞ୍ଚିପାରେ । ଯଦି କାରଟିର ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି ବେଗ 6 କି.ମି. କମ୍ ହୁଏ ତେବେ ଏହା 6 ଘଣ୍ଟା ଅଧିକ ସମୟ ନିଏ । ତେବେ A ଠାରୁ B ର ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

***